Analisis Faktor Konfirmatori Melalui Program EXCEL

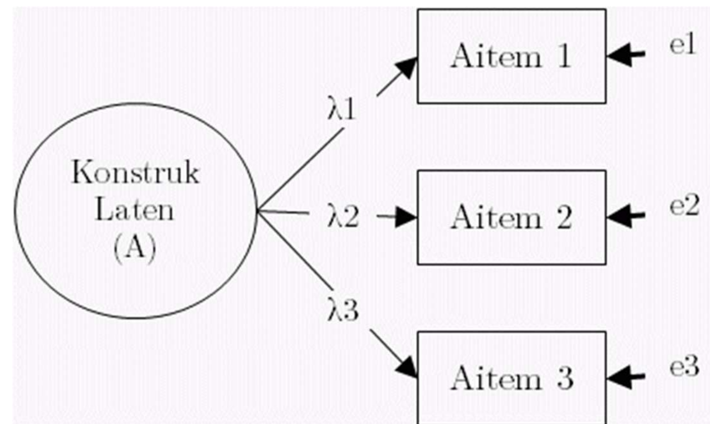
Wahyu Widhiarso

wahyu_psy@ugm.ac.id

Fakultas Psikologi Universitas Gadjah Mada

Yogyakarta 2012

Analisis Faktor Konfirmatori



$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix}$$

Hasilnya adalah

$$\begin{aligned} X_1 &= \lambda_1 \xi + \varepsilon_1 \\ X_2 &= \lambda_2 \xi + \varepsilon_2 \\ X_3 &= \lambda_3 \xi + \varepsilon_3 \\ X_4 &= \lambda_4 \xi + \varepsilon_4 \end{aligned}$$

Komponen Analisis Faktor

Matriks Kovarians Indikator (S)

Didapatkan langsung dari data. Jumlahnya sebanyak jumlah aitem kali jumlah aitem (qXq)

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix}$$

s11 : varians aitem 1
s12 : kovarians aitem 1 dan 2
s12=s21 ; s13=s31 ; s23=s32

Matriks Muatan Faktor (*Factor Loading*)

Jumlahnya sebanyak jumlah aitem (qX1)

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{22} \\ \lambda_{33} \end{pmatrix}$$

Lambda-11 : muatan faktor aitem 1
Lambda-22 : muatan faktor aitem 2

Matriks Eror Pengukuran (Residual)

Jumlahnya sebanyak jumlah aitem (qXq)

$$\Theta = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{pmatrix}$$

delta-11 : eror pengukuran aitem 1
delta-12 sama dengan 0 karena eror pengukuran aitem 1 dan 2 dibuat tidak berkorelasi

Matriks Kovarians Faktor (Phi)

Jumlahnya sebanyak yang kita inginkan (s x s)

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_{11} \end{pmatrix}$$

Jika kita hanya mengajukan 1 faktor maka hanya ada 1 kotak saja

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_{11} & 0 \\ 0 & \phi_{22} \end{pmatrix}$$

Jika kita mengajukan 2 faktor maka akan dihasilkan 4 (2x2) kotak matriks kovarians faktor.

Kovarians antar faktor 1 dan 2 dibuat 0 karena kita asumsikan antar faktor tidak berkorelasi

Matriks Kovarians Hasil Estimasi (Sigma)

- Merupakan matriks kovarians hasil estimasi terhadap matriks kovarians dari data (S).
- Mengikuti persamaan berikut ini :

$$\Sigma = \Lambda\Phi\Lambda' + \Theta$$

Bila kita masukkan bahan-bahan di atas, maka jadinya adalah sebagai berikut:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{11} \\ \lambda_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{11} & \lambda_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{pmatrix}$$

Bila kita selesaikan persamaan di atas maka jadinya adalah :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \lambda_{11}\phi_{11}\lambda_{11} & \lambda_{22} & \lambda_{33} \\ \lambda_{11} & \lambda_{22}\phi_{11}\lambda_{22} & \lambda_{33} \\ \lambda_{11} & \lambda_{22} & \lambda_{33}\phi_{11}\lambda_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \lambda_{11}^2\phi_{11} + \phi_{11} & \lambda_{22} + \phi_{22} & \lambda_{33} + \phi_{33} \\ \lambda_{11} + \phi_{11} & \lambda_{22}^2\phi_{11} + \phi_{22} & \lambda_{33} + \phi_{33} \\ \lambda_{11} + \phi_{11} & \lambda_{22} + \phi_{22} & \lambda_{33}^2\phi_{11} + \phi_{33} \end{pmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^2\phi_{11} + \phi_{11} & \lambda_{22} + \phi_{22} & \lambda_{33} + \phi_{33} \\ \lambda_{11} + \phi_{11} & \lambda_{22}^2\phi_{11} + \phi_{22} & \lambda_{33} + \phi_{33} \\ \lambda_{11} + \phi_{11} & \lambda_{22} + \phi_{22} & \lambda_{33}^2\phi_{11} + \phi_{33} \end{pmatrix}$$

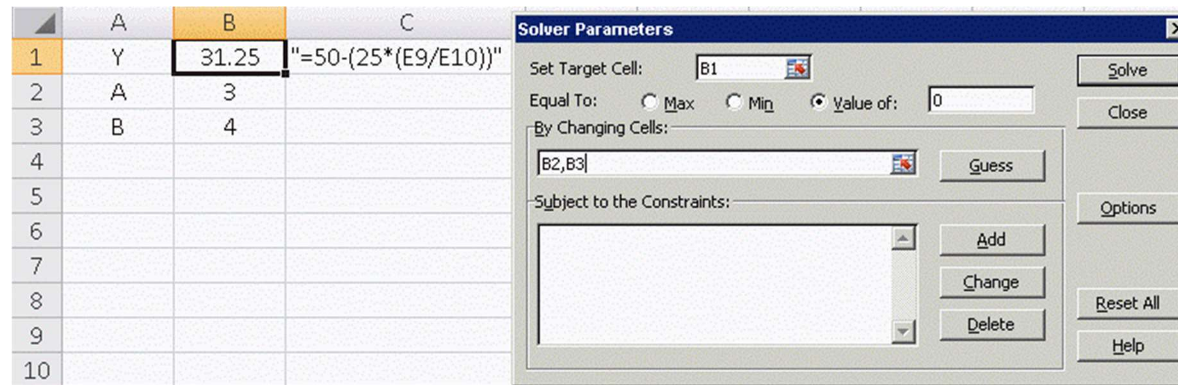
$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix}$$

- Proses estimasi dilakukan untuk mendapatkan matriks Σ yang mendekati nilai matriks **S**
- Model dikatakan sempurna ketika nilai Σ=**S**, atau Σ-**S**=0

Untuk mendapatkan nilai Σ=**S** maka dilakukan proses estimasi

Menu SOLVER pada EXCEL

Misalnya kita hendak menyelesaikan persamaan Y = 50 – [25*(A/B)]. Misalnya kita diharuskan memasukkan nilai A dan B agar mendapatkan nilai Y yang sekecil-kecilnya atau mendekati 0. Maka kita akan memiliki banyak kombinasi untuk nilai A dan B.



- Dengan menggunakan SOLVER kita akan bisa mengatasi persamaan di atas. Kita masukkan B1 sebagai target (yang diharapkan value=0) serta B2 & B3 sebagai nilai yang diganti-ganti (*changing cells*) untuk mendapatkan B1 mendekati 0
- Setelah dimasukkan klik SOLVE.
- Hasilnya didapatkan bahwa untuk mendapatka nilai Y sekecil-kecilnya, nilai A diharapkan sebesar 4.7211 dan B sebesar 2.360.

Untuk mendapatkan nilai matriks **S-Σ=0** kita memerlukan bantuan SOLVER

Praktek !

[Contoh Sheet File EXCEL bisa diunduh di sini]

Menyiapkan Matriks Kovarians

Siapkan matriks kovarian data yang akan di analisis. Contoh di bawah ini adalah matriks kovarians dari 6 aitem skala BFI.

S	a1	a2	a3	a4	a5	a6
a1	0.865	0.371	0.38	0.312	0.496	0.314
a2	0.371	1.184	0.271	0.217	0.776	0.419
a3	0.38	0.271	0.624	0.31	0.283	0.266
a4	0.312	0.217	0.31	0.54	0.276	0.266
a5	0.496	0.776	0.283	0.276	1.222	0.362
a6	0.314	0.419	0.266	0.266	0.362	0.749

Menyiapkan Matriks Muatan Faktor (*Loading*)

Di bawah ini adalah matriks L yang akan diestimasi oleh program. Untuk menghindari interdeterminasi, maka salah satu muatan faktor kita constraint sebesar 1.

L
1.0
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5

Transpose Matriks L

L'	1.0	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

Nilai muatan faktor untuk aitem lainnya bisa diisi dengan nilai apa saja sebagai starting value.

Menyiapkan Varians Faktor

Karena hanya ada satu faktor yang kita ajukan maka matriks faktor hanya berisi satu sel. Kita masukkan nilai asal sebagai *starting value*.

F
0.5

Menyiapkan Matriks Residual

Berikut ini matriks residual yang akan kita estimasi. Sebagai *starting value*, kita bisa mengisi dengan nilai apa saja untuk nilai di dalam diagonal.

E					
0.30	0	0	0	0	0
0	0.30	0	0	0	0
0	0	0.30	0	0	0
0	0	0	0.30	0	0
0	0	0	0	0.30	0
0	0	0	0	0	0.30

Setelah semua bahan di dapatkan, kita masukkan matriks tersebut dalam persamaan ini.

$$\Sigma = \mathbf{LFL'} + \mathbf{E}$$

Di EXCEL kita menggunakan menu =MMULT() yang menunjukkan matrix multiplication

Proses Estimasi

- Dengan menggunakan starting value value di atas kita telah menghasilkan Matriks Sigma di bawah ini.
- Kita lihat sekilas bahwa matriks ini masih jauh berbeda dengan Matriks S. Tapi gak apa2. Kita minta aja EXCEL untuk menyelesaikannya sendiri, semirip mungkin.

Matriks S

0.865	0.371	0.38	0.312	0.496	0.314
0.371	1.184	0.271	0.217	0.776	0.419
0.38	0.271	0.624	0.31	0.283	0.266
0.312	0.217	0.31	0.54	0.276	0.266
0.496	0.776	0.283	0.276	1.222	0.362
0.314	0.419	0.266	0.266	0.362	0.749

Matriks Sigma

0.800	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0.250	0.425	0.125	0.125	0.125	0.125
0.250	0.125	0.425	0.125	0.125	0.125
0.250	0.125	0.125	0.425	0.125	0.125
0.250	0.125	0.125	0.125	0.425	0.125
0.250	0.125	0.125	0.125	0.125	0.425

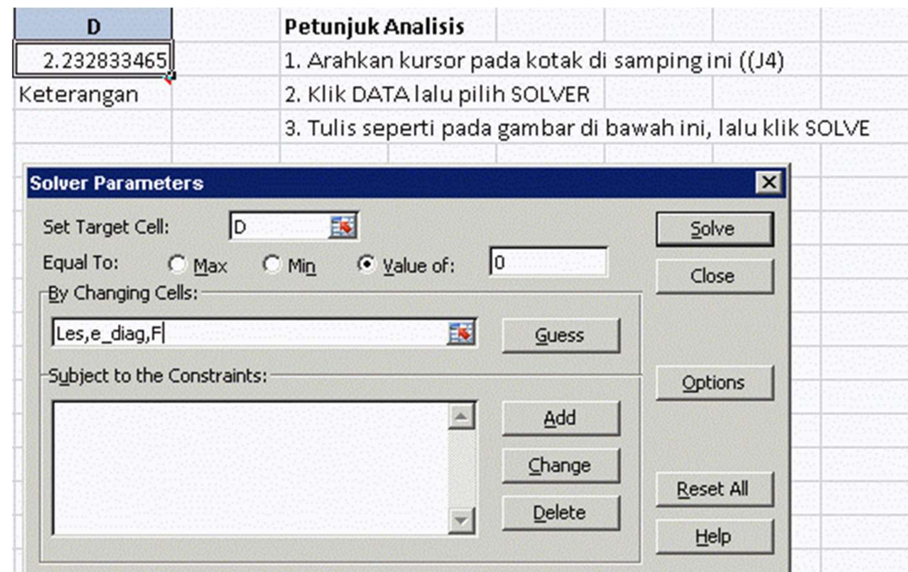
Estimasi Maximum Likelihood

- Kemiripan antara Matriks S dan Matriks Sigma dapat dilihat dari nilai D yang menunjukkan selisih antara Matriks Sigma dan Matriks S.
- Nilai D yang mendekati 0 menunjukkan bahwa kedua matriks tersebut mirip.

$$D_{ml} = \log|\Sigma| + tr(S\Sigma^{-1}) - \log|S| - p$$

- Inti dari persamaan itu adalah Log-Matriks Sigma dikurangi Log-Matriks S. p adalah jumlah aitem yang ada di dalam model.
- Pada program EXCEL dapat kita lihat bahwa dengan menggunakan nilai starting value, kita dapatkan nilai D sebesar 2.232. Kita harapkan SOLVER menurunkan nilai ini.

Proses Estimasi pada Solver

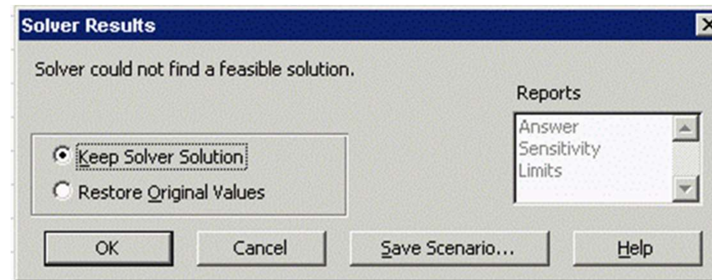


Arti Kotak

- **Set Target Cell.** Target kita adalah D yang diharapkan memiliki nilai mendekati 0.
- **By Changing Cells**. Menunjukkan nilai yang bisa diubah oleh SOLVER agar mendapatkan nilai D mendekati 0.
    - Dalam hal ini, matriks yang bisa diubah oleh SOLVER adalah Matriks muatan faktor (Les), Matriks E (e_diag) dan Matriks F(F).

Hasil Estimasi

Setelah icon SOLVE di klik maka kita mendapatkan Box seperti ini. Klik Keep Solver Solution, kemudian Klik OK



Berikut ini hasilnya :

Aitem	Loading	Eror
A1	1.000	0.447
A2	1.073	0.702
A3	0.778	0.371
A4	0.699	0.336
A5	1.166	0.653
A6	0.819	0.468

Matriks F
0.418444

Perbandingan dengan AMOS

Aitem	Loading	Eror
A1	1.000	0.447
A2	1.073	0.702
A3	0.778	0.371
A4	0.699	0.336
A5	1.166	0.653
A6	0.819	0.468

Matriks F
0.418444

